Herleitung der Ableitung von f(x)=x via Differenzenquotient

Wir wollen wie in der folgenden Sektion beschrieben zeigen, dass die Funktion $f(x) = x$ die Ableitung $f'(x) = \frac{dx}{dx} = 1$ hat.

Vorgehen

- Wir machen unmittelbaren Gebrauch der Ableitungsdefinition als Grenzwert des Differenzenquotienten mit $f(x) = x$ an der Stelle x.

Herleitung

Die Definition des Derivativs einer Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0 als Limes des Differenzenquotienten ist gegeben als:

$$f'\left(x_0\right) = \lim_{h \to 0} \left(\frac{f\left(x_0 + h\right) - f\left(x_0\right)}{h} \right)$$

An einer beliebigen Stelle x, dies ist:

$$f'\left(x\right) = \lim_{h \to 0} \left(\frac{f\left(x + h\right) - f\left(x\right)}{h} \right)$$

Somit haben wir für $f(x) = x$:

$$f'\left(x\right) = \lim_{h \to 0} \left(\frac{x + h - x}{h} \right) = \lim_{h \to 0} \left(1\right) = \underline{1}$$

Also ist $\frac{dx}{dx} = 1$ wie erwartet.